

С. Жаринов

О детальном и укрупнённом планировании¹

ПРИЛОЖЕНИЕ 3: Много станков

Нет иллюзий – нет и разочарований.

Японская пословица

Как говорится, никогда не говори «никогда». Всего каких-то пять лет назад, – после подготовки двух небольших приложений² к своей старой заметке «О детальном и укрупнённом планировании», – я обещал больше не возвращаться к вопросам исследования систем последовательной обработки в условиях вариативности и зависимости процессов, столь характерных и существенных для мелкосерийного производства. Тогда казалось, что подробного анализа простейших моделей одного или двух станков вполне достаточно для понимания основных особенностей поведения таких систем, и дальнейших пояснений просто не потребуется.

Однако жизнь не стоит на месте, и совсем недавно мне прислали ссылку на свежую презентацию с примерами производственных расписаний, построенных с использованием пооперационных нормативов времени. А приводимые иллюстрации напоминали показанный на рис. ПЗ.1 детальный график работы десяти станков. Вообще говоря, должно было бы хватить одного взгляда на подобную картинку, чтобы сделать вывод о невозможности выполнения такого плана в реальной жизни и, следовательно, бессмысленности его составления. Слишком уж очевиден недостаток защитных мощностей у многих ресурсов, а у станка № 10 их практически полное отсутствие. Но смысл презентации состоял как раз в том, что в результате применения сложнейших алгоритмов

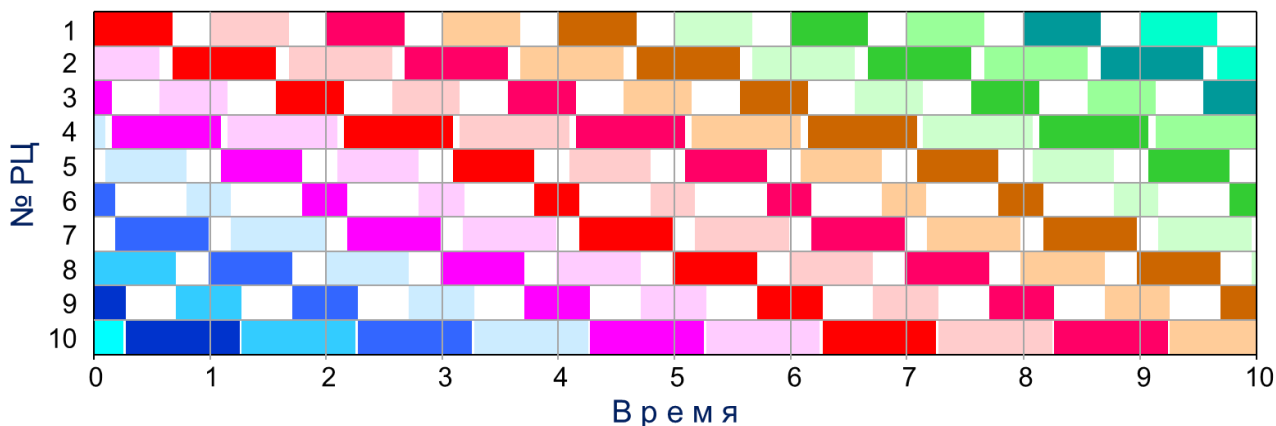


Рис. ПЗ.1. Пример производственного расписания для десяти станков.

и процедур компьютерной «оптимизации» защитные мощности (то есть размеры «белых пятен» между разноцветными фантиками) удалось свести почти к нулю и, соответственно, умозраительно сократить сроки выполнения работ. Казалось бы, полный абсурд! Но ведь кто-то такие вещи всерьёз предлагает, и некоторые до сих пор в эти сказки продолжают верить. А иногда приходится слышать рассуждения о том, что один-два станка – не показатель; вот если бы их был десяток или сотня – тогда совсем другое дело.

Ну что же, давайте возьмём *много станков*. И, в отличие от частных случаев, рассмотрим более общую постановку задачи.

* * *

Итак, пусть детали получаются в результате последовательной обработки заготовок на M рабочих центрах (см. рис. ПЗ.2). Для начала предположим, что заготовки поступают в систему через равные промежутки времени t_0 , а время обработки одной заготовки на $РЦ_m$ составляет ровно $\Delta_m t_0$. После выхода с любого рабочего центра заготовка мгновенно переходит на следующий по порядку $РЦ$, а предыдущий $РЦ$ при наличии на входе очередных заготовок тут же приступает к их обработке в режиме FIFS (first in – first served). Кроме того, будем считать, что время обработки заготовки на любом рабочем центре не превышает t_0 , то есть $\Delta_m < 1$, $m = 1, 2, \dots, M$. Иными словами, система работает стабильно без накопления незавершённого производства, и заготовки на каждый из рабочих центров поступают через равные интервалы времени t_0 . В таком случае общее время изготовления каждой детали, очевидно, определяется из соотношения:

$$T_0 = t_0 \sum_{m=1}^M \Delta_m$$

Например, если $M = 10$, $t_0 = 1,0$ час и для коэффициентов Δ_m , $m = 1, 2, \dots, 10$ приняты следующие величины:

{0,69; 0,89; 0,59; 0,94; 0,70; 0,38; 0,81; 0,72; 0,56; 0,98},

то детальный пооперационный график выполнения работ может быть успешно построен, столь же успешно выполнен и будет выглядеть как на рис. ПЗ.1. При этом в условиях отсутствия вариабельности общее операционное время и, соответственно, время изготовления каждой детали составит ровно 7,26 часа, а в системе всегда будет находиться по 7–8 заготовок со средним значением (по закону Литтла) 7,26 штук.

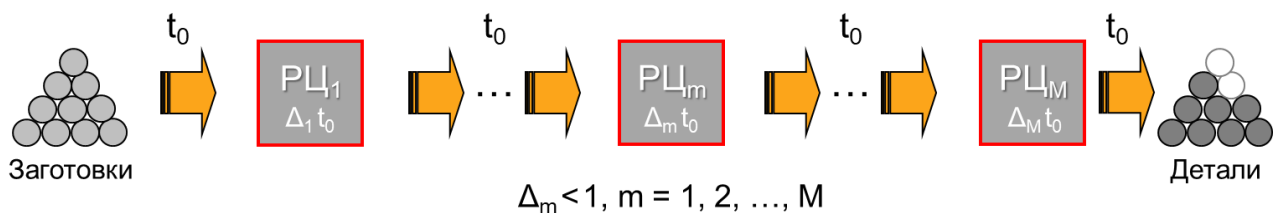


Рис. ПЗ.2. Структура модельной системы при отсутствии вариабельности.

Вопрос: что и насколько изменится в реальной жизни, то есть при наличии вариабельности? **Ответ:** изменится всё, причём кардинальным образом, потому что, прежде всего, изменится структура системы.

В самом деле, при наличии вариабельности в системе кроме самих станков появляются новые структурные элементы в виде очередей перед ними (см. рис. ПЗ.3). Поэтому время нахождения каждой заготовки на любом рабочем центре теперь будет складываться из времени её непосредственной обработки на станке и времени ожидания в очереди на обслуживание после поступления с предыдущего этапа. Для случайных процессов с известными двумя первыми моментами соответствующих распределений вероятностей оценки среднего времени ожидания можно получить по формуле Кингмана³, которая в принятых нами обозначениях записывается так:

$$t_m^* \approx \frac{(C_{m0}^2 + C_m^2)}{2} \frac{\Delta_m^2}{(1 - \Delta_m)} t_0$$

где C_{m0} и C_m – коэффициенты вариации времени поступления заготовок на $PЦ_m$ и времени их обработки на данном $PЦ$, $m = 1, 2, \dots, M$. При этом для экспоненциальных распределений (см. рис. ПЗ.3) приведенное выражение является точным, то есть

$$t_m^* = \frac{\Delta_m^2}{(1 - \Delta_m)} t_0$$

Поэтому среднее время всего производственного цикла изготовления деталей будет равно⁴

$$T_{cp} = T_0 + t_0 \sum_{m=1}^M \frac{\Delta_m^2}{(1 - \Delta_m)}$$

а отношение этой величины к соответствующему значению в ситуации отсут-

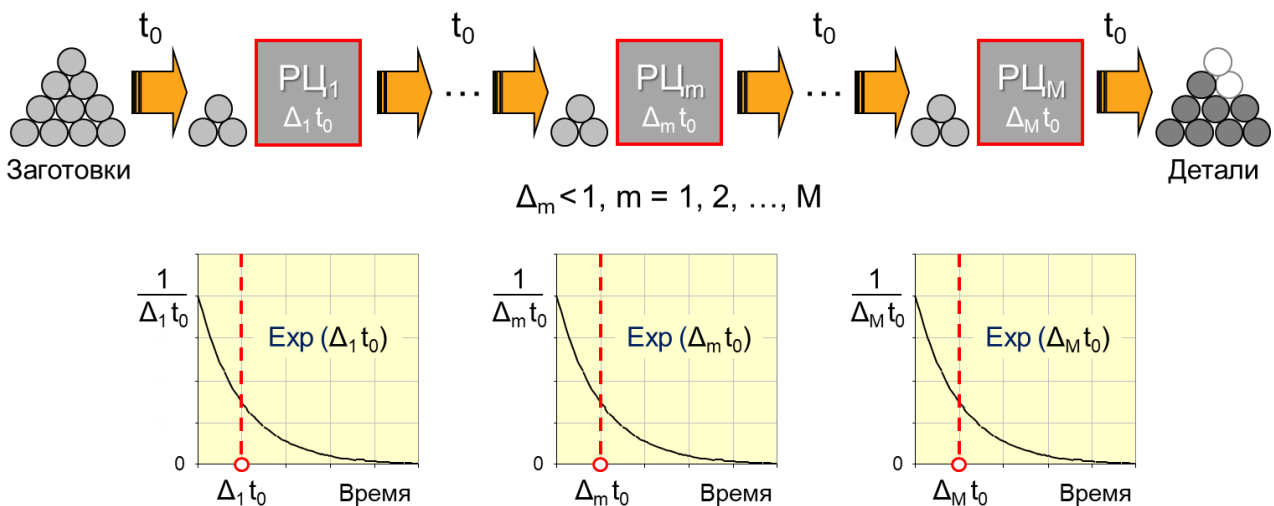


Рис. ПЗ.3. Структура модельной системы при наличии вариабельности.

ствия вариабельности имеет вид:

$$\frac{T_{\text{ср}}}{T_0} = 1 + \sum_{m=1}^M \frac{\Delta_m^2}{(1-\Delta_m)} / \sum_{m=1}^M \Delta_m$$

Так, если принятые в рассмотренном примере с десятью рабочими центрами коэффициенты Δ_m , $m = 1, 2, \dots, 10$ задают не точные нормативы, а средние значения соответствующих экспоненциальных распределений, и входной поток описывается экспоненциальным распределением со средним $t_0 = 1,0$ час, то для средних значений времени ожидания заготовок в очередях перед рабочими центрами получим следующие величины:

$$\{1,54; 7,20; 0,85; 14,73; 1,63; 0,23; 3,45; 1,85; 0,71; 48,02\}.$$

В данном случае суммарное среднее время ожидания в очередях составит 80,21 часа, а среднее время производственного цикла $T_{\text{ср}} = 80,21 + 7,26 = 87,47$ часа, что примерно в 12 (!) раз больше T_0 . Во столько же раз (по закону Литтла) увеличится и средний размер незавершённого производства в системе.

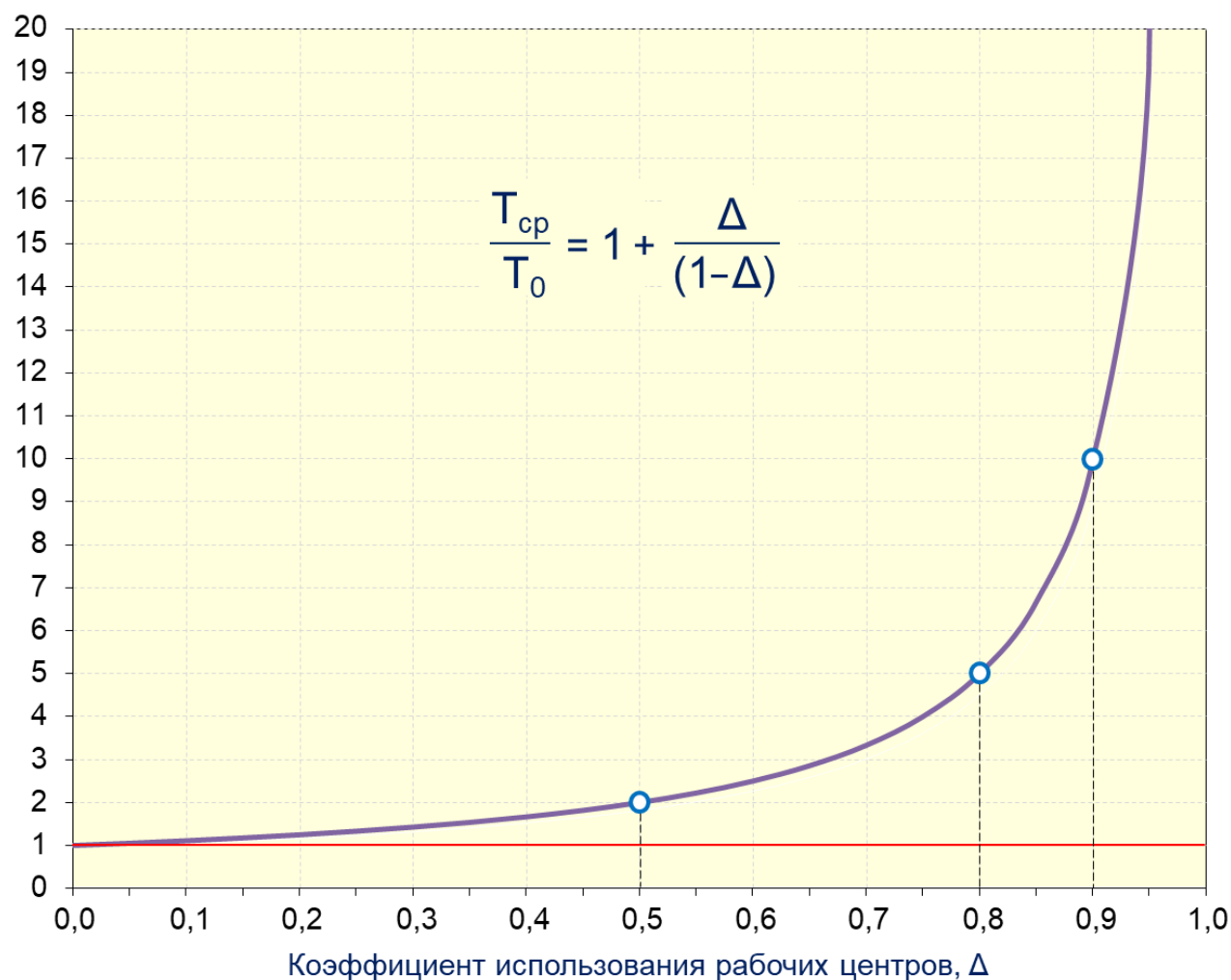


Рис. ПЗ.4. Зависимость относительного времени цикла $T_{\text{ср}}/T_0$ от коэффициента использования Δ при равномерной загрузке рабочих центров.

В частном случае равномерной загрузки всех рабочих центров, то есть когда $\Delta_1 = \Delta_2 = \dots = \Delta_M = \Delta$, последнее выражение упрощается:

$$\frac{T_{\text{ср}}}{T_0} = 1 + \frac{\Delta}{(1-\Delta)}$$

и его можно применять для грубой оценки эффектов вариабельности и зависимости процессов в системах последовательной обработки с любым количеством станков (см. рис. ПЗ.4). Например, при коэффициенте использования всех рабочих центров 50% среднее время производственного цикла в системе увеличивается (по сравнению с ситуацией отсутствия вариабельности) в 2 раза, при 80% – в 5 раз, а при 90% – в 10 раз.

Заметим, что при неравномерной загрузке основной прирост происходит за счёт рабочих центров с самыми высокими значениями коэффициентов использования ресурсов. Так, в рассмотренном примере с десятью РЦ и 12-кратным увеличением времени цикла средний коэффициент использования станков составлял 72,6%, и при их равномерной загрузке общее превышение

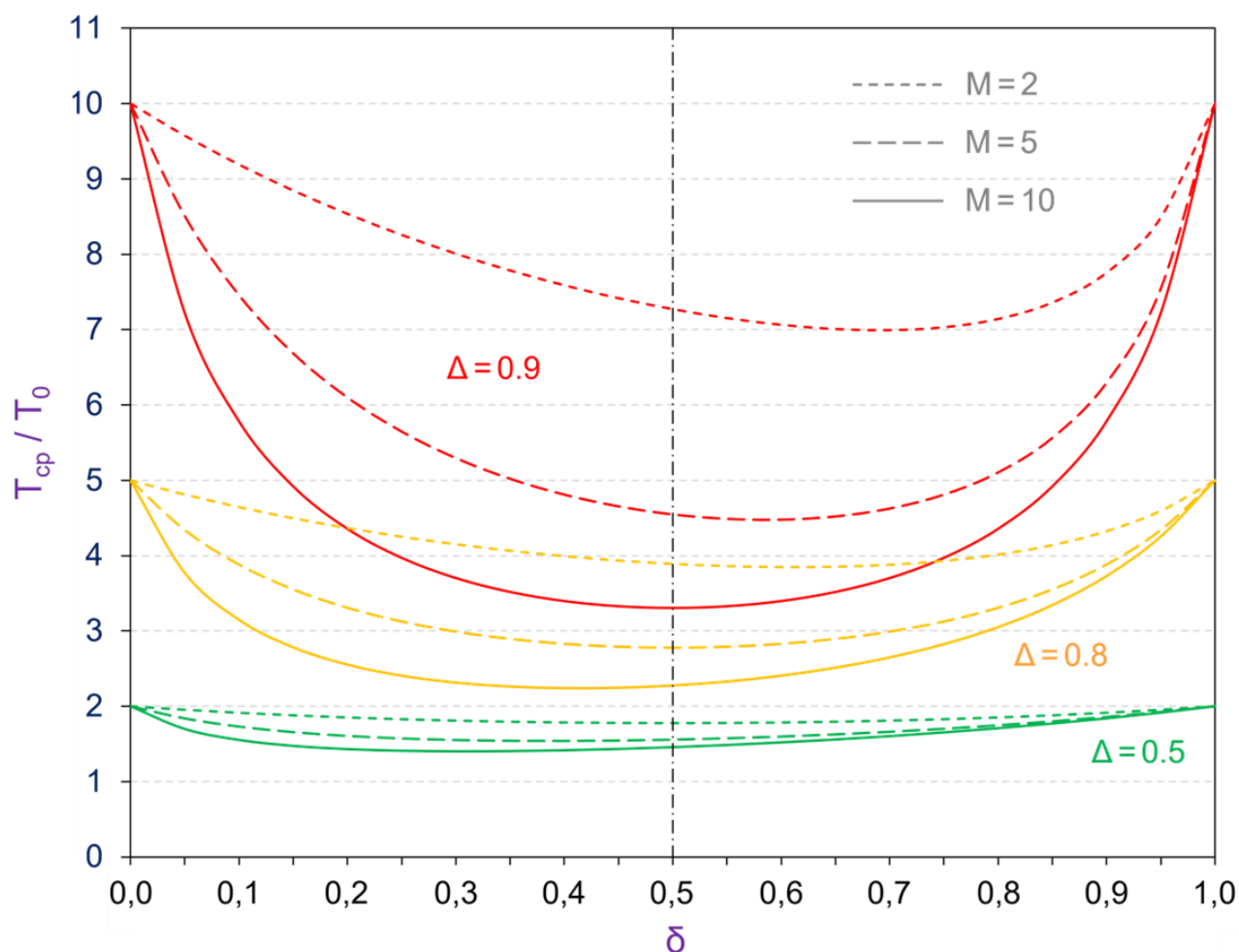


Рис. ПЗ.5. Зависимость относительного времени цикла $T_{\text{ср}} / T_0$ от размера защитной мощности нелимитирующих ресурсов.

было бы всего в 3,65 раза. С целью дополнительной иллюстрации данного эффекта предположим, что один из M рабочих центров системы является её внутренним ограничением с коэффициентом использования Δ , а остальные $(M-1)$ ресурсов имеют относительно него одинаковые защитные мощности и характеризуются коэффициентами использования $\delta\Delta$, $0 < \delta < 1$. В таком случае из приведенного выше общего соотношения для экспоненциальных распределений величину T_{cp} / T_0 легко представить как функцию с переменными (M, Δ, δ) . На рис. ПЗ.5 показаны графики изменения относительного времени цикла T_{cp} / T_0 в зависимости от параметра δ при трёх вариантах $M \{2; 5; 10\}$ и трёх значениях $\Delta \{0,5; 0,8; 0,9\}$.

* * *

Короче, – что в лоб что по лбу, – но составление детальных расписаний при мелкосерийном производстве это мартышкин труд. Как же тогда планировать работы? Ответ известен: укрупнённо, то есть не каждую операцию по отдельности, а общее время цикла от поступления заготовки в цех, на участок или производственную линию до выпуска готовой детали. А откуда эту «длину верёвки» взять и не будет ли она столь же бессмысленной характеристикой, что и операционные нормативы? На рис. ПЗ.6 приведен пример гистограммы распределения общего времени цикла в задаче с равномерной 80-процентной загрузкой десяти рабочих центров при экспоненциальных распределениях времени обработки на станках (то есть когда $T_{cp} = 5T_0$), полученной в результате имитационного моделирования входного потока из $N = 10000$ заготовок. Как

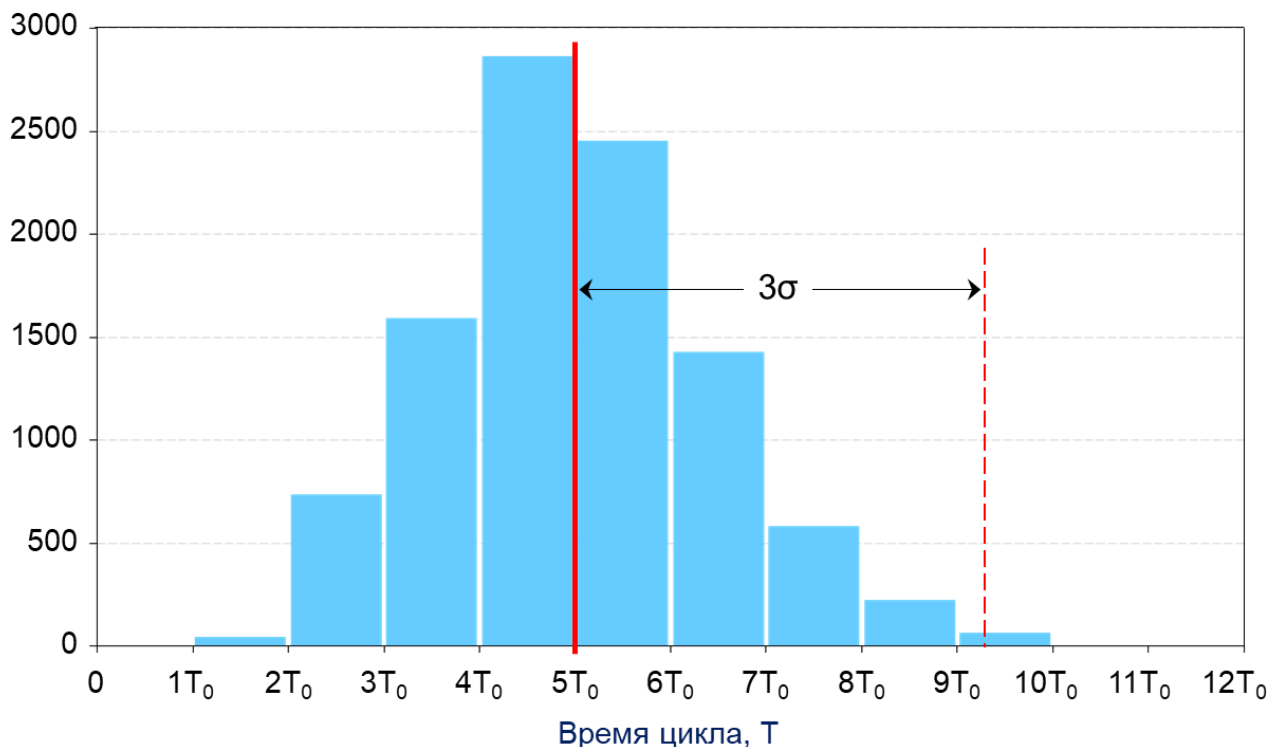


Рис. ПЗ.6. Пример распределения времени цикла ($M = 10$, $\Delta = 0,8$, $N = 10000$).

видно, все реализации попадают в интервал до $10T_0$, который в данном случае можно принять в качестве начального значения нужного управляющего параметра. Конечно, чем выше Δ , тем больше и длина такой «верёвки». А если загрузка станков неравномерная, то ещё больше. Не говоря уже про учёт межоперационных переходов. Но в нулевом приближении вполне годится. А дальше – вытягивающая логистика через ограничение и сокращение размеров незавершённого производства, а затем и более тонкая настройка параметров оптимального режима работы системы с динамической корректировкой соответствующих буферов. Впрочем, это уже совсем другая история.

ВЫВОДЫ

- Приведено дополнительное подтверждение всего того, о чём было написано раньше^{1,2}.
- Понимание законов динамики материальных потоков избавляет от некоторых иллюзий. Так что во избежание последующих разочарований старайтесь не загружать станки в мелкосерийном производстве больше чем на 65-70%.

ССЫЛКИ И КОММЕНТАРИИ

- ¹ Заметка является одним из приложений к статье: **Жаринов С.** *О детальном и укрупнённом планировании*. – ipro.ru/Load/3.0-О_планировании.pdf (2013).
- ² См.: **Жаринов С.** *О детальном и укрупнённом планировании. Приложение 1: Модель одного станка* – ipro.ru/Load/3.1-О_планировании_П1.pdf (2016); **Жаринов С.** *О детальном и укрупнённом планировании. Приложение 2: Модель двух станков* – ipro.ru/Load/3.2-О_планировании_П2.pdf (2017).
- ³ См., например: **Норр W., Spearman M.** *Factory Physics*. – Waveland Press, Inc., 2011; p. 288-290.
- ⁴ Полученное обобщение на несколько рабочих центров (по крайней мере, для экспоненциальных распределений) очевидным образом следует из заданных условий $\Delta_m < 1$, $m = 1, 2, \dots, M$, когда при установившемся стационарном режиме распределение интервалов времени между поступлением заготовок на любой рабочий центр в точности соответствует входному с тем же параметром t_0 .

Баошичи (ЧГ), январь 2022 г.